Anmerkung

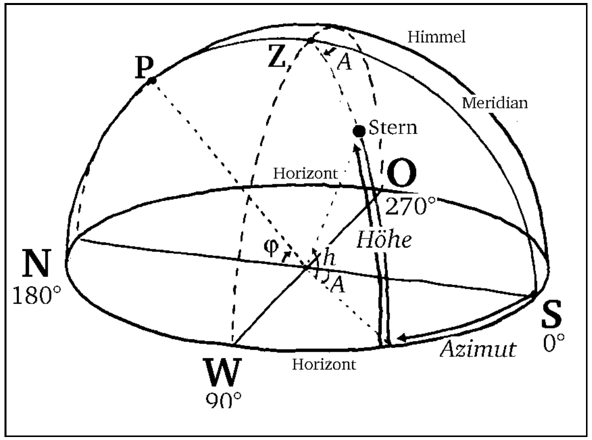
Dieses ist ein Ausschnitt aus der Rohfassung der Beschreibung zum Quadranten mit der Erklärung der Koordinatensysteme.

1 Sternörter

Sterne werden nicht auf Karten eingezeichnet, um ihren Platz am Himmel zu beschreiben, sondern um den Menschen eine Anschauung über das Aussehen des Himmels oder eines Ausschnittes davon zu liefern. Gezeichnet werden Sternkarten stets auf Basis von Sternkatalogen. In ihnen ist für jeden Stern seine Position eingetragen. Zu diesem Zweck hat man den Himmel mit einem Gradnetz überzogen, wie wir es auch von der Erde kennen – geographische Breite und Länge sind Ihnen sicherlich ein Begriff. In der praktischen Astronomie gibt es mindestens vier solcher *Koordinatensysteme*, von denen wir hier nur zwei betrachten wollen.

1.1 Horizontales System: Höhe und Azimut

Betrachten wir zunächst das einfachere, natürlichere Koordinatensystem, das sich auf den Horizont bezieht. Wir nennen es daher *horizonatales Koordinatensystem*. Um einen Ort am Himmel zu beschreiben, verwendet man zwei Winkel: Den Azimuth A und die Höhe h. Den Azimuth mißt man in der Astronomie entlang des Horizontes beginnend im Meridian bei Null Grad über Westen. Westen ist also 90°, Norden (auf der Nordhalbkugel) 180°, Osten 270°.[1] Die zweite Koordinate ist die Höhe, die wir bereits kennengelernt haben. Sie ist der Winkel, den ein Beobachter zwischen Objekt und Horizont mißt. Ist das Objekt unter dem Horizont, ist die Höhe negativ. Der Horizont hat also die Höhe $h = 0°$, der Zenith $h = 90°$ und der Nadir $h = -90°$.



Fragen: Wird ein Stern am nächsten Tag zur selben Uhrzeit dieselbe Höhe haben? Wie argumentieren Sie?

[1] In der Nautik beginnt man im Norden und mißt über Osten, Süden, Westen.

1.2 Probleme des Horizontalen Systems

Horizontale Koordinaten wird man kaum wählen, um die Sternpositionen in einem Katalog festzuhalten, denn wie Sie sicherlich bei Ihren ersten Messungen festgestellt haben werden, verändern auch die Sterne ihre Höhe mit der Zeit. Das muß auch so sein, denn – zur Erinnerung – der Sternenhimmel scheint sich langsam um die Erdachse zu drehen. Diese Drehung ist in Wirklichkeit nur ein Spiegelbild der Rotation der Erde um ihre eigene Achse von West nach Ost. Sterne gehen – wie die Sonne – im östlich des Meridians auf und westlich davon unter. Sie erreichen ihren höchsten Punkt am Himmel (Kulminationspunkt) stets im Meridian.

Sterne befinden sich übrigens *immer* am Himmel, auch tagsüber. Man kann sich nicht sehen, weil das Licht der Sonne in der Athmosphäre gestreut wird und sie dadurch so hell ist, daß das Sternenlicht überstrahlt wird. Nur mit Teleskopen und einer genauen Kenntnis der Position kann man unter guten Wetterbedingungen die hellsten Sterne auch am Tage aufsuchen.

1.3 Äquatoriales System: Deklination und Rektaszension

Will man die Position eines Sterns am Himmel unabhängig von der Zeit beschreiben, muß man ein Koordinatensystem wählen, das an den Fixsternen fixiert und damit der Erdrotation angepaßt ist. Da unsere irdischen Breitengrade und damit der Äquator ebenfalls durch die Erdrotation definiert sind, nennen wir dieses „tageslauf-invariante“ System *Äquatoriales Koordinatensystem*. Wie beim Horizontalen System gibt es auch hier zwei Winkel, die zur Beschreibung der Sternposition ausreichen: Rektaszension (als Himmelslänge) und Deklination (als Himmelsbreite).

Die Deklination ist der Winkelabstand zwischen Gestirn und Himmelsäquator, der in Grad gemessen wird. Ist das Gestirn südlich des Himmelsäquators, ist seine Deklination negativ. Abgekürzt wird die Deklination mit dem griechischen Buchstaben δ (kleines Delta).

Die Rektaszension ist der Winkel, den ein irdischer Beobachter zwischen einem definierten nullten Rektaszensionsgrad zum Gestirn (parallel zum Äquator) mißt. Dieser Winkel wird in Stunden gemessen, wobei 24^{h}einer Umdrehung von 360° entsprechen. Für die Rektaszension wird der griechische Buchstabe α (kleines Alpha) verwendet.

Auf beide Komponenten werden wir gleich noch ausführlich eingehen und sie verständlich machen.

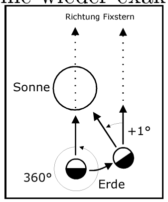
In der Astronomie unterscheidet man bei äquatorialen Koordinaten zwischen *topozentrischem* und *geozentrischem* Beobachter, denn ein Beobachter, der auf der Erdoberfläche sitzt (topozentrisch), hat eine andere Perspektive als einer, der sich in der Erdmitte befindet (geozentrisch) – dieses nennt man auch Parallaxe. Beide Beobachter messen also unterschiedliche Winkel am Himmel, aber nur dann, wenn die beobachteten Objekte sehr nah sind, wie etwa der Mond. Sterne können wir als unendlich weit entfernt betrachten, so daß hier kein Unterschied zu messen ist. Bei Planeten hängt es von der Problemstellung ab, ob man zwischen beiden Beobachtern unterscheiden muß – wenn es um die Bedeckung von Sternen geht, ist eine Unterscheidung anzuraten, sonst nicht. Wir werden im folgenden nicht zwischen geozentrischen und topozentrischen Koordinaten unterscheiden.

2 Der Weg zur Rektaszension

Wir wollen nun die Bedeutung der Rektaszension vertiefen. Dazu werden wir ersteinmal die Rotation der Erde betrachten und über die Sternzeit und den Stundenwinkel zur Rektaszension kommen.

2.1 Die Rotation der Erde

Uhrzeitstunden sind so festgelegt worden, daß 24 Stunden einen Tag ergeben. Das heißt: Alle 24 Stunden steht die Sonne wieder an ihrem höchsten Punkt am Himmel. Die Erde hat sich in dieser Zeit jedoch nicht um genau 360° gedreht, sondern um etwa 361°. Dieses zusätzliche Grad kommt dadurch zustande, daß sich die Erde während ihrer Rotation um die eigene Achse auch ein Stückchen weiter auf ihrer Bahn bewegt. Das hat zur Folge, daß die Sonne nach einer Umdrehung in einer anderen Richtung zu finden ist. Da Erdrotation und der Umlauf um die Sonne in die gleiche Richtung orientiert sind (vom Norden betrachtet gegen den Uhrzeigersinn), muß sich die Erde ein wenig weiter drehen, um der Sonne wieder exakt dieselbe Seite zuzuweisen.



Dieser kleine Winkel addiert sich in einem Jahr auf 360° auf – dann ist die Erde einmal um die Sonne herumgewandert: 360° pro 365,2422 Tage entspricht etwa 0,986° pro Tag. Wenn die Erde für eine Drehung um 360,986° genau 24 Stunden benötigt, so hat sie für die Drehung um 360° etwa 23,9345 Stunden entsprechend $23^h56^m4^s$ gebraucht. Man kann dieses einfach mit dem Dreisatz nachrechnen.

Nach einer Drehung um 360° zeigt die Erde einem weit entfernten feststehenden Beobachter wieder dieselbe Seite. Statt dieses Beobachters können wir einen beliebigen Stern (außer der Sonne) annehmen. Von einem Beobachter auf der Erde aus gesehen, stehen nach einer Rotation, also $23^h56^m04^s$ alle Sterne wieder an derselben Position am Himmel. Man sagt auch, ein Sternentag ist abgelaufen.

Diese Differenz zwischen Sternentag und Sonnentag hat zur Folge, daß die Sterne jeden Tag 3^m56^s früher auf und untergehen. Nach gut 15 Tagen ist diese Differenz auf eine Stunde angewachsen. Ging ein Stern am Monatsersten z.B. um 23 Uhr unter, so ist es am 16. bereits um 22 Uhr. Ein Jahr später geht dieser Stern wieder um 23 Uhr unter.

Wir erkennen hieraus, daß man aus der Uhrzeit nicht auf die Position eines Sternes am Himmel schließen kann. Dazu ist das Datum zu berücksichtigen und das Wissen darüber, wann er an einem anderen Tag diese Position eingenommen hat. Dieses schreit geradezu nach einem einfachen Verfahren.

2.2 Die Sternen-Uhr

Wir wollen nun dieses einfache Verfahren entwickeln, das es uns erlaubt, mit einer Uhr die Position eines Sternes am Himmel zu ermitteln.

Zunächst nehmen wir eine Uhr her, dessen Laufgeschwindigkeit wir so erhöhen, daß sie 24 Stunden in $23^h56^m4^s$ verstreichen läßt. (Zeigt diese Uhr bei Untergang eines bestimmten Sterns z.B. 3 Uhr an, so wird sie einen Tag später wieder 3 Uhr anzeigen, wenn der Stern untergeht.) Nun brauchen wir diese Uhr nur noch zu stellen. Dazu wählen wir uns eine theoretischen Stern aus – sagen wir mal, er säße genau auf dem Schnittpunkt von Himmelsäquator und Ekliptik, in dem die Sonne zu Frühlingsbeginn steht. Diesen theoretischen Stern nennen wir Frühlingspunkt. Wir brauchen jetzt nur noch festzulegen, daß unsere Uhr 0 Uhr anzeigen soll, wenn der Frühlingspunkt seinen höchsten Punkt erreicht (also im Meridian steht). Und schon haben wir eine Uhr, die die (lokale) Sternzeit anzeigt.

2.3 Der Stundenwinkel

Diese Uhr ist ziemlich genial, denn sie zeigt uns an, um welchen Winkel sich die Erde gedreht hat, seitdem der Frühlingspunkt im Meridian stand. Um den Wert in Grad zu bekommen, brauchen wir nur die Stunden mit 15 zu multiplizieren. Wir werden aber sehen, daß es eigentlich ganz praktisch ist, den Winkel in Stunden anzugeben.

Daher hat auch der Begriff „Stundenwinkel“ seinen Namen, den wir nun auch leicht erklären können. Betrachten wir einmal seine Definition: „Der Stundenwinkel eines feststehenden Objektes[2] ist der Winkel, um den sich die Erde gedreht hat, seitdem das Objekt im Meridian stand.“ Bezogen auf den Frühlingspunkt zeigt uns unsere Sternzeituhr immer seinen Stundenwinkel an – Definition: Die Sternzeit (Θ) ist der Stundenwinkel (t) des Frühlingspunktes.

Natürlich können wir den Stundenwinkel jedes Sternes herausfinden, indem wir einfach auf die Uhr gucken, wann z.B. Atair durch den Meridian geht und uns die Zeit merken. Wollen wir einige Zeit später den Stundenwinkel wissen, brauchen wir nur nochmal auf die Uhr zu schauen und den ersten Wert davon abzuziehen. (Wenn das Ergebnis dann negativ ist, addieren wir einfach 24 Stunden auf das Ergebnis oder den zweiten gemessenen Wert auf.)

In Formeln kann man diesen Sachverhalt wie folgt beschreiben: Sei α die Zeit, die unsere Uhr anzeigte, als z.B. Atair durch den Meridian ging, Θ die Zeit, die unsere Uhr jetzt anzeigt (Sternzeit), und wir wollen nun seinen Stundenwinkel t wissen. Dann brauchen wir nur rechnen

$$t = \Theta - \alpha$$

Beispiel: Wenn Sie Ihre Uhr richtig gestellt haben, wird Atair durch den Meridian gehen, wenn die Uhr 19 Uhr 50 anzeigt. Einige Stunden später bekommen Sie Lust, den Stundenwinkel von Atair herauszufinden. Sie schauen auf die Uhr, die Ihnen sagt, daß der Stundenwinkel des Frühlingspunktes 1 Stunde beträgt – es ist also 1 Uhr Sternzeit. 1^h ist kleiner als 19^h50^m, also ergibt die Rechnung einen negativen Wert. Wir zählen also 24 Stunden auf 1 Uhr drauf und erhalten 25 Uhr. Nun rechnen wir 25 Uhr minus 19 Uhr 50 und erhalten 5 Uhr 04 – Aha, der Stundenwinkel von Atair beträgt 5 Stunden 4 Minuten (entspricht 76°).

[2] genauer einer Richtung in den Weltall

2.4 Rektaszension

Was aber machen wir, wenn wir ganz spontan den Stundenwinkel von Aldebaran mit unserer Uhr ermitteln wollen, aber noch nie beobachtet haben, was die Uhr anzeigt, wenn er im Meridian ist? Wir können in diesem Fall einfach in einem Sternkatalog nachschauen, was bei Aldebaran für eine Rektaszension angegeben ist. Die Rektaszension α eines Sternes ist nämlich genau die Sternzeit, zu der er im Meridian steht. Das bedeutet auch, daß alle Sterne derselben Rektaszension zum selben Zeitpunkt durch den Meridian gehen.

Auch geht ein Stern nicht nur an Ihrem Beobachtungsort durch den Meridian, sondern gleichzeitig an allen anderen Orten Ihres Längengrades. Unterschiedlich ist nur seine Höhe!

Es ist offensichtlich, daß es schön praktisch ist, Stundenwinkel und Rektaszension in Stunden anzugeben, wenn die Sternzeit auf einer mitlaufenden Uhr angezeigt wird.

Übung: Aldebaran geht am 4.2.1999 in Oldenburg um 3 Uhr 22 unter. Wann geht er dort am 16.3.1999 unter, wann am 11.8.1999, am 24.12.1999 und wann am 4.2.2000? Zu welcher Sternzeit geht Regulus (Rektaszension 10^h08^m) durch den Meridian? Welchen Stundenwinkel hat dann Atair (Rektaszension 19^h50^m)?

3 Bestimmung der Sternzeit

Wenn wir den Stundenwinkel eines Sternes und seine Rektaszension kennen, kennen wir auch die Sternzeit. In Abschnitt 2.3 haben wir gelernt, daß der Stundenwinkel eines Sternes die Sternzeit abzüglich seiner Rektaszension ist, also

$$t = \Theta - \alpha$$

Dieses formen wir durch Addition der Rektastzension α auf beiden Seiten der Gleichung um und erhalten:

$$\Theta = t + \alpha$$

Die Sternzeit ist also der Stundenwinkel eines Sternes plus seiner Rektaszension.

Wenn wir Aussagen über die Sternzeit an anderen Orten machen wollen, müssen wir die Korrektur für die geographische Länge durchführen – also: für jedes Längengrad Richtung Westen sind 4^mzu addieren, in Richtung Osten sind sie abzuziehen.

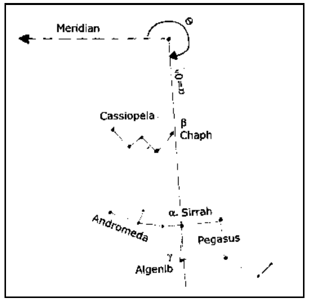
Fragen: Welchen Stundenwinkel hat Wega (α in der Leier, α=18^h36^m) um 1^h37^m Sternzeit? Welche Sternzeit mißt eine Brasilianische Beobachterin in Buenos Aires (58°,45 w.L., 34°,60 s.B.), wenn ein Beobachter in Hamburg (10°,00 ö.L., 53°,55 n.B.) die Sternzeit zu 17^h45^mbestimmt? Wie kommt man von der Sternzeit zur Uhrzeit – was fehlt uns dazu?

3.1 Ablesen der Sternzeit am Himmel

Mit etwas Geschick läßt sich direkt am Himmel die Sternzeit abschätzen. In Abschnitt 2 haben wir die Sternzeit definiert als den Stundenwinkel des Frühlingspunktes. Wenn wir am Himmelspol den Winkel zwischen Meridian und dem Himmelslängenkreis mit Rektaszension 0^h (auf ihm befindet sich der Frühlingspunkt) messen, messen wir den Stundenwinkel des Frühlingspunktes und damit die Sternzeit. Wenn man weiß, welche polnahen Sterne eine Rektaszension nahe 0^h haben, und wenn die Himmelsrichtungen bekannt sind, kann man die Sternzeit schätzen.

3.1.1 Nordhalbkugel

Schauen Sie in Richtung Polarstern und denken Sie sich eine Linie zwischen Zenit (oder Südrichtung) und Polarstern – dieses ist der Meridian. Denken Sie sich eine weitere Linie zwischen Polarstern und dem Stern Chaph (β Cassiopeiae, letzter Stern des Himmels-W). Alternativ zu Chaph kann man auch Sirrah (α Andromedae, nördlicher östlicher Kasternstern des Pegasusquadrats) oder Algenib (γ Pegasi, südlicher östlicher Kastenstern) wählen, denn sie alle haben in etwa die Rektaszension 0^h. Ziehen Sie nun einen Winkelkreis vom Meridian aus um den Polarstern herum in Richtung der Himmelsrotation, also entgegen dem Uhrzeigersinn. Dieses ist der Stundenwinkel – 90° entsprechen 6^h, 180° 12^hund 270° 18^h.



3.1.2 Südhalbkugel

Auf der Südhalbkugel haben wir mit einem Problem zu kämpfen: Es gibt keinen hellen Stern in der Nähe des Südpols. Sonst könnten wir verfahren wie für die Nordhalbkugel. Dazu würde uns der Stern β Hydri (knapp südlich der kleinen Magellanschen Wolke) helfen.

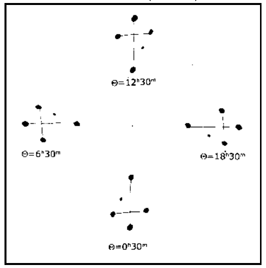
Stattdessen werden wir ein auch im Norden bekanntes Sternbild zur Schätzung heranziehen: das Kreuz des Südens[3]. Dieses ist deswegen gut geeignet, weil die lange Achse des Kreuzes ziemlich genau zum Südpol zeigt[4]. Beide Sterne haben deshalb also in etwa dieselbe Rektaszension. Diese beträgt ca. 12^h30^m. Kulminiert also die lange Achse, ist es 12^h30^m Sternzeit. Wir können also an der Stellung des Kreuzes die Sternzeit abschätzen.

Blicken Sie dazu nach Süden. Wenn das Kreuz des Südens aufrecht wie ein Kirchenkreuz am Himmel steht, kulminiert es und wir haben $12^h(30^m)$ Sternzeit.

[3]Für Nordlichter: Verwechseln Sie es *nicht* mit dem „falschen Kreuz des Südens“, das aus ι und ϵ Carinae, sowie κ und δ Velorum besteht! Sie erkennen das „echte“ Kreuz daran, daß Sie die kurze Achse des Kreuzes in Richtung Osten verlängern können, um auf die beiden hellen „Pointersterne“ α und β Centauri (Toliman und Hadar) zu kommen

[4]Der Südpol befindet sich, wo die Mittelsenkrechte der Verbindungsline der beiden Pointer die lange Achse des Kreuzes schneidet

Mit der Zeit dreht es sich im Uhrzeigersinn. Um $18^h(30^m)$ Sternzeit liegt es auf der Seite, um $0^h(30^m)$ steht es auf dem Kopf und dreht sich dann weiter.

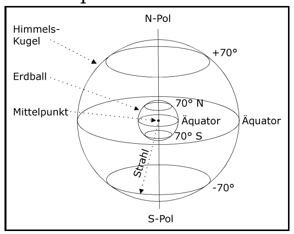


4 Deklination – die Himmelsbreite

Wir haben uns nun ausgiebig der Rektaszension und der anderen mit ihr in Verbindung stehenden Größen gewidmet. Wir wollen nun die andere Komponente des äquatorialen Koordinatensystems kennenlernen.

4.1 Pole, Äquator und Deklination

Betrachten wir den Himmel einmal als riesige Kugel, die die Erdkugel umschließt. Wir verlängern nun die Rotationsachse der Erde und stoßen sie durch die Himmelskugel. Dort wo die Achse aus der Erde herauskommt, haben wir einen geographischen Pol – bei der Himmelskugel sprechen wir vom Himmelspol. Der Himmelsnordpol liegt also genau über dem Erdnordpol, gleiches gilt für die beiden Südpole. Jetzt können wir – wie bei der Erde – die Himmelskugel in eine Nord- und eine Südhalbkugel teilen. Die Trennlinie der beiden Halbkugeln nennen wir Himmelsäquator. Wie nicht anders zu erwarten liegt die Linie des Himmelsäquators exakt über der Äquatorlinie der Erde.



Die Deklination eines Gestirns ist der Winkelabstand zwischen Stern und Himmelsäquator, gemessen am Beobachter[5]. Man kann also, wie auf der Erde, Breitenkreise auf der Himmelskugel einzeichnen, die genau über den Breitenkreisen der Erde liegen. Anders ausgedrückt: Die Deklinationskreise sind Projektionen der Breitenkreise auf der Erde vom Erdmittelpunkt aus an den Himmel. Da die Deklinationskreise parallel zur Erdrotationsrichtung liegen, geben sie den Bahnverlauf eines Sternes im Tageslauf wieder. Das ist für Teleskope praktisch: Man kann die Deklination einstellen und braucht sich um sie nicht mehr kümmern, solange man diesen Stern betrachtet.

[5] wir unterscheiden hier nicht zwischen geozentrischem und topozentrischem Beobachter, siehe dazu auch Abschnitt 1.3

Südliche Deklinationen sind mit negativem, nördliche Deklinationen mit positivem Vorzeichen versehen. Zum Beispiel haben alle Sterne auf dem Himmelsäquator die Deklination $\delta = 0°$, der Himmelssüdpol die Deklination $\delta = -90°$ und der Himmelsnordpol die Deklination $\delta = +90°$. Der Polarstern hat derzeit (2000.0) übrigens eine Deklination von +89°15'51" – er ist also eineinhalb Monddurchmesser vom Himmelspol entfernt.

Fragen: Wie kann man photographisch die Deklinationskreise sichbar machen? Wovon hängt ab, wie hoch ein Stern maximal am Himmel stehen kann? Welche Deklination hat ein Stern, der genau im Zenith steht? Welche Deklination haben Sterne, die niemals aufgehen? Wie findet man heraus, auf welcher geographischen Breite man sich gerade befindet? Welche Höhe hat der Himmelspol an einem Ort 53° nördlicher Breite? Ist die Deklination der Sonne veränderlich, wenn ja, welche Werte kann die Sonnendeklination annehmen – wenn nein, warum nicht? Ändert sich die Rektaszension der Sonne und wenn ja, wie – wenn nein, warum nicht?

4.2 Rechnereien mit Deklination und Höhe

Wir wollen nun die Höhe des Horizontalen Koordinatensystems mit der Deklination des Äquatorialen Koordinatensystem in Zusammenhang bringen. Das wird uns nur auf dem Meridiankreis gelingen, da hier der Stundenwinkel verschwindet. Dadurch werden viele Rechnungen stark vereinfacht und es brauchen keine mathematischen Konstrukte wie nautische Dreiecke berechnet zu werden.

Um die Übersicht zu bewahren, werden wir uns zunächst auch nur auf die Nordhalbkugel beziehen – für die Südhalbkugel sind die Überlegungen dieselben, wenn auch bei den Deklinationen und geographischen Breiten die Vorzeichen umgedreht werden müssen (aus dem Plus-Vorzeichen wird das Minus-Vorzeichen und umgekehrt). Am Ende werden wir die Formeln für beide Himmelskugeln nocheinmal zusammenfassend auflisten.

Betrachten wir jetzt die folgende Abbildung. Sie zeigt eine Himmelskugel, die entlang des Meridians aufgeschnitten ist, und die Horizontebene. Eingetragen sind einige Winkel, die wir nun bestimmen wollen, denn mit ihrer Hilfe können wir für den Meridian Aussagen über Höhen und Deklinationen treffen.

4.2.1 Deklination eines Sternes im Zenit

Uns interessiert als erstes die Deklination aller Punkte, die im Zenit Z stehen können. Der Zenit ist als der Punkt definiert, der sich genau über dem Beobachter befindet – er ist gewissermaßen die Verlängerung vom Erdmittelpunkt durch den Beobachter B hindurch in den Himmel hinein. Damit ist auch klar, welche Deklination ein Stern hat, der im Zenit steht. Sie entspricht genau dem geographischen Breitengrad des Beobachters. Die Verbindungslinie von Erdmittelpunkt durch den Beobachter ist auch der Weg, den ein Lichtstrahl nehmen würde, der vom Erdmittelpunkt aus den Breitengrad, auf dem der Beobachter steht, an den Himmel projezieren würde. Also findet ein Beobachter zum Beispiel in Oldenburg (Oldb) nur Sterne im Zenit, die eine Deklination von +53°09' haben, weil er sich auf 53°09' n.B. befindet.

4.2.2 Maximale Höhe des Äquators

Die Höhe des Äquators im Meridian ist in der Zeichnung als Winkel $h_{\ddot{A}}$ eingetragen. Ihn zu bestimmen ist nun unsere Aufgabe. Die Überlegung ist dabei folgende: Wenn der Zenit die Deklination der geographischen Breite, bezeichnet mit φ, hat, so müssen wir den Winkel φ in Richtung Süden messen, um zum Äquator zu kommen. Da φ und $h_{\ddot{A}}$ zusammen den rechten Winkel zwischen Zenit und Horizont (also 90°) bilden, muß $h_{\ddot{A}} = 90° - \varphi$ sein.

Beispiel: Würzburg liegt auf dem 50. Breitengrad (also $\varphi = 50°$). Der Äquator erreicht eine Höhe von $h_{\ddot{A}} = 90° - \varphi = 90° - 50° = 40°$. (Im Meridian erreichen alle Gestirne (und Deklinationskreise) ihr größte Höhe.)

4.2.3 Maximalhöhen von Gestirnen

Von einem beliebigen Gestirn können wir leicht die Höhe im Meridian (also seine größte Höhe) (h_*) errechnen, wenn wir seine Deklination (δ_*) und die Höhe des Äquators kennen. Wir brauchen lediglich die Deklination auf die Äquatorhöhe ($h_{\ddot{A}}$) aufzuaddieren. Also:

$$h_* = h_{\ddot{A}} + \delta_* \qquad \text{entspricht} \qquad h_* = 90° - \varphi + \delta_*$$

Wie in Abschnitt **??** angedeutet, ist diese Rechnung einfacher, genauer und für jeden Breitengrad φ durchzuführen als das Benutzen des Quadranten. Dennoch sollten Sie diese Rechnung für Ihren Breitengrad mit einem beliebigen Quadrantenstern überprüfen.

Beispiele: Welche Höhe erreicht Aldebaran ($\delta_* = 16°.51$) in Würzburg? Antwort: $h_* = h_{\ddot{A}} + \delta_* = 40° + 16°.51 = 56°.51$.

4.2.4 Höhe des Pols

Wir können auf diese Weise auch leicht ausrechnen, wie hoch der Pol an unserem Beobachtungsort steht. Seine Deklination δ_P beträgt 90°. Also berechnen wir $\tilde{h}_P = h_{\ddot{A}} + \delta_P = h_{\ddot{A}} + 90°$. Oh! Wie wir erkennen, ist die Höhe $\tilde{h}_P$ größer als 90°, wenn wir uns nicht selbst gerade auf dem Nordpol aufhalten. Dieser Wert ist der Winkel zwischen Südhorizont über den Zenit hinweg zum Pol. Der so gemessene Winkel bis zum Nordhorizont betrüge übrigens 180°! Um nun die Polhöhe über dem Nordhorizont zu berechnen, könnten wir den eben berechneten Wert einfach von 180° abziehen. Unsere Rechnung wäre also:

$$h_P = 180° - \tilde{h}_P = 180° - (h_{\ddot{A}} + 90°) = 180° - h_{\ddot{A}} - 90° = 90 - h_{\ddot{A}} = \varphi$$

Die Polhöhe entspräche also der geographischen Breite φ.

Überlegen wir uns die Situation nocheinmal anschaulich: Drehen Sie in der Zeichnung gedanklich den Zenit zum Nordhorizont und lassen Sie den Äquator mitwandern. Schauen Sie, wo der Äquator landet!

Noch anders überlegt: Der Winkel zwischen Zenit und Pol muß $90° - \varphi$ sein, weil er mit φ einen rechten Winkel zwischen Pol und Äquator bildet. Am Pol ist die Höhe also um $90° - \varphi$ kleiner als die Zenithöhe von 90°. Also beträgt die Polhöhe $90° - (90° - \varphi) = 90° - 90° + \varphi = \varphi$.

Beispiel: Die Polhöhe beträgt in Würzburg 50°. **Frage:** Wie messen Sie auf der Nordhalbkugel die geographische Breite? Wie auf der Südhalbkugel? Wie genau sind die Verfahren, braucht man Tricks?

4.2.5 Sterne, die nie aufgehen

Sterne, deren Maximalhöhe im Meridian 0° nicht überschreiten, gehen am Beobachtungsort niemals auf. Ein Beispiel dafür ist die Sterne des Sternbildes Kreuz des Südens, die in Deutschland niemals zu sehen sind. Dafür ist in Südneuseeland der Große Wagen niemals am Sternenhimmel zu sehen.

Wir suchen nun die Grenze, also diejenigen Sterne, deren Maximalhöhe genau 0° beträgt. Dazu nehmen wir wieder unsere Gleichung **??** her und setzen darin h_* auf Null. Sie lautet nun:

$$0 = h_{\ddot{A}} + \delta_* \qquad \text{oder} \qquad 0 = 90° - \varphi + \delta_*$$

Wir ziehen auf beiden Seiten die Äquatorhöhe ab, damit die gesuchte Deklination alleine auf einer Seite steht und erhalten:

$$-h_{\ddot{A}} = \delta_* \qquad \text{bzw.} \qquad \varphi - 90° = \delta_*$$

Beispiel: In Würzburg sind nur diejenigen Sterne zu sehen, deren Deklination größer als -40° ist. Ist die Deklination eines Sternes kleiner, so geht er dort niemals auf.

Übung: Welche Deklinationen müssen Sterne haben, um bei Ihnen über den Horizont zu kommen? An welchem Ort geht das Kreuz des Südens gerade eben auf? (Südlichster Stern ist Acrux (α Crucis) mit $\delta = -63°.10$)

4.2.6 Sterne, die niemals untergehen

Auf der anderen Seite gibt es Sterne, die immer am Himmel zu sehen sind, wie der Große Wagen in Deutschland. Wir suchen nun wieder Sterne, die den Horizont eben berühren – diesesmal am Nordhorizont. Wir kennen die Polhöhe $h_P = \varphi$ und seine Deklination $\delta_P = 90°$. Sterne, die den Nordhorizont nur berühren haben also eine um φ kleinere Deklination als der Pol, also ist $\delta_* = 90° - h_P = 90° - \varphi$. Alle Sterne, deren Deklination größer ist, nennt man auch *zirkumpolar*.

Beispiel: In Würzburg sind alle Sterne zirkumpolar, deren Deklination größer +40° ist. **Übung:** Welche Sterne sind an Ihrem Ort zirkumpolar? Gibt es Orte, an denen es keine zirkumpolaren Sterne gibt? Gibt es Orte, an denen alle sichtbaren Sterne zirkumpolar sind? An welchen Orten der Erde kann man die wenigsten Sterne sehen, an welchen die meisten?

Man kann beweisen, daß die Mindest-Deklination der zirkumpolarsterne immer das negative der Deklination der Sterne ist, die niemals aufgehen.

4.2.7 Die Halbkugeln im Vergleich

Hier sei nocheinmal tabellarisch aufgelistet, wie man die einzelnen Werte berechnet:

Aufgabe	Nordhalbkugel	Südhalbkugel
Deklination im Zenit	$\delta = \varphi$	$\delta = \varphi$
Höhe des Äquators	$h_{\ddot{A}} = 90° - \varphi$	$h_{\ddot{A}} = 90° + \varphi$
Maximalhöhen eines Gestirns	$h_{\max} = 90° - \varphi + \delta$	$h_{\max} = 90° + \varphi - \delta$
Höhe des Pols	$h_{\text{Pol}} = \varphi$	$h_{\text{Pol}} = -\varphi$
Sterne, die nie aufgehen	$\delta = \varphi - 90°$	$\delta = 90° - \varphi$
Sterne, die nie untergehen	$\delta = 90° - \varphi$	$\delta = \varphi - 90°$